数学

班级:_____ 姓名:_____ 得分:_____

单元素养测评卷(一)

第六章

(时间:120 分钟　分值:150 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{BC}=$ (　　)

A. $\overrightarrow{AC}$　　B. $\overrightarrow{CA}$

C. $\overrightarrow{OC}$　　D. $\overrightarrow{AB}$

2. 等边三角形 ABC 的边长为 1,$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$ (　　)

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$

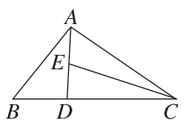
C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 设$\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2\}$是平面内的一个基底,则下面四组向量不能构成平面内的一个基底的是 (　　)

A. $2\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$ 和 $\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$　　B. $3\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$ 和 $2\boldsymbol{e}_2-6\boldsymbol{e}_1$

C. $\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2$ 和 $\boldsymbol{e}_2+3\boldsymbol{e}_1$　　D. $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$

4. [2026·唐山一中高一期中] 如图,在$\triangle ABC$ 中,D 为 BC 边上靠近 B 的三等分点,若 E 为 AD 的中点,则 $\overrightarrow{CE}=$ (　　)



A. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$　　B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$

C. $-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$　　D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

5. 在$\triangle ABC$ 中,内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,且 $a=x$,$b=2$,$B=60°$,若$\triangle ABC$ 有两解,则 x 的取值范围是 (　　)

A. $2<x<2\sqrt{3}$　　B. $2<x<\frac{4\sqrt{3}}{3}$

C. $\sqrt{3}<x<2$　　D. $2<x<\frac{5\sqrt{3}}{3}$

6. 在$\triangle ABC$ 中,$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$,$E$ 为边 AB 上一点,CE 与 AD 交于点 F,若 $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FD}$,则$\frac{AE}{EB}=$ (　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$

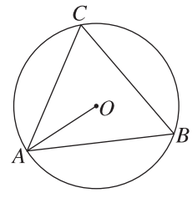
C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{5}{6}$

7. 已知 a,b,c 分别为$\triangle ABC$ 的三个内角 A,B,C 的对边,且 $a\cos C=b+\frac{2}{3}c$,则$\triangle ABC$ 是 (　　)

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 等腰三角形　　D. 钝角三角形

8. 如图,O 是锐角三角形 ABC 外接圆的圆心,内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,且 $A=\frac{\pi}{3}$,若 $\frac{\cos B}{\sin C}\overrightarrow{AB}+\frac{\cos C}{\sin B}\overrightarrow{AC}=2m\overrightarrow{AO}$,则 $m=$ (　　)



A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. 下列说法正确的是 (　　)

A. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$,且 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$,则 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$

B. 已知$|\boldsymbol{a}|=6$,$\boldsymbol{e}$ 为单位向量,若$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{e}\rangle=\frac{3\pi}{4}$,则 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{e}$ 上的投影向量为 $-3\sqrt{2}\boldsymbol{e}$

C. 设 $\boldsymbol{m}$,$\boldsymbol{n}$ 为非零向量,则"存在负数 λ,使得 $\boldsymbol{m}=\lambda\boldsymbol{n}$"是"$\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}<0$"的充分不必要条件

D. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}>0$,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角是锐角

10. [2026·龙岩高一期中] 已知$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$,其中 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 均为非零向量,则下列结论正确的是 (　　)

A. $|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|<|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$　　B. $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|>|\boldsymbol{b}|$

C. $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|>|\boldsymbol{a}|$　　D. $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|$

11. [2026·宁波高一期中] 在$\triangle ABC$ 中,内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c,向量 $\boldsymbol{m}=(\sin A,\sin B)$,$\boldsymbol{n}=(\cos B,\cos A)$,且 $\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=\sin 2C$,则下列说法正确的是 (　　)

A. $C=\frac{\pi}{3}$

B. 若 $a=4$,$b=6$,则 $c=2\sqrt{7}$

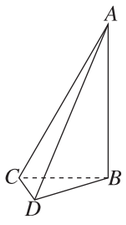
C. 若 $c=7$,$\triangle ABC$ 的面积为 $6\sqrt{3}$,则$\triangle ABC$ 的周长为 16

D. 若 $c=2$,则$\triangle ABC$ 面积的最大值为$\sqrt{3}$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-1,2)$,$\boldsymbol{b}=(1,t)$,若$(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$,则实数 t 的值为_____.

13. 振风塔享有"万里长江第一塔"的美誉.某中学社会实践小组为测量振风塔的高度,开展了一次实地测量的活动.如图,他们在塔底 B 所在的水平地面上选取 C,D 两点,测得 $CD=21$ 米,$\angle BCD=15°31'$,$\angle BDC=150°$,在点 C 处测得塔顶 A 的仰角为 $60°$,则振风塔的高度 AB 约为_____米.(结果精确到整数,参考数据:$\sin 14°29'\approx 0.25$,$\sqrt{3}\approx 1.732$)



14. 在$\triangle ABC$ 中,$AB=4$,$AC=3$,$\angle BAC=90°$,D 在边 BC 上(不包括端点),延长 AD 到 P,使得 $AP=9$,若 $\overrightarrow{PA}=m\overrightarrow{PB}+\left(\frac{3}{2}-m\right)\overrightarrow{PC}$($m$ 为常数),则 CD 的长度为_____.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)已知向量 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$,$\boldsymbol{b}=4\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2$,其中 $\boldsymbol{e}_1=(1,0)$,$\boldsymbol{e}_2=(0,1)$.

(1)求 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 及$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$;

(2)求向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 夹角的余弦值.

基础教育行业专研品牌 全品 SINCE 1992 30+年专注教育行业

16. (15 分)在$\triangle ABC$中,内角A,B,C的对边分别为a,b,c,若$A=60°$,$a=\sqrt{7}$,$b=2$.

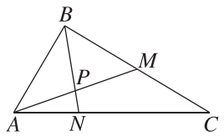
(1)求c.

(2)求$\sin 2B$.

17. (15 分)如图,在$\triangle ABC$中,已知$AB=2$,$AC=4$,$\angle BAC=60°$,M是BC的中点,N是AC上的点,且$\overrightarrow{AN}=x\overrightarrow{AC}$,$AM$,$BN$相交于点$P$.设$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$.

(1)若$x=\dfrac{1}{3}$,试用向量$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$表示$\overrightarrow{AM}$,$\overrightarrow{PN}$;

(2)若$AM\perp PN$,求实数x的值.

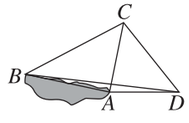


18. (17 分)某景区为打造风景亮点,欲在一不规则湖面区域(图中阴影部分)上A,B两点之间建一条观光通道,在湖面所在平面(不考虑湖面离地平面的距离,视湖面与地平面为同一平面)内到点B的距离为50米的点C处建一凉亭,到点B的距离为70米的点D处再建一凉亭,测得$\angle ACB=\angle ACD$,$\cos\angle ACB=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

(1)求$\sin\angle BCD$的值.

(2)求凉亭C与凉亭D之间的距离CD.

(3)测得$AC=AD$,观光通道每米的造价为2000元,若景区准备预算资金8万元建观光通道,问:预算资金够用吗?(参考数据:$\sqrt{15}\approx 3.873$)



19. (17 分)在$\triangle ABC$中,内角A,B,C所对的边分别为a,b,c,已知$a\cos C+\sqrt{3}c\sin A=b+2c$.

(1)求角A的大小.

(2)设D为边BC上一点,且满足$AD=1$.

(i)若$AB=2$,$AB\perp AD$,求AC的长;

(ii)若$BD=DC$,求BC的取值范围.